

Capitolo 2

Il metodo a luce debolmente strutturata

2.1 Introduzione

Nel precedente capitolo sono stati presentati i principali metodi per la realizzazione di uno scanner tridimensionale. Le relative soluzioni commerciali esibiscono generalmente buone prestazioni in termini di precisione e di velocità di scansione, tuttavia finiscono per essere quasi sempre irrimediabilmente costose. La causa è da ricercare essenzialmente nel necessario utilizzo di componenti 'hardware' esterni come per esempio il sistema motorizzato di spostamento, il laser, la telecamera CCD, il proiettore, i fotorilevatori e via di seguito.

È interessante invece considerare il problema in modo diverso ovvero adoperare un sistema che enfatizzi soprattutto il lato pratico ed economico. Un metodo che si pone in quest'ambito e che rientra nella categoria di scansione attiva, è quello che viene denominato *metodo a luce debolmente strutturata*. Tale approccio richiede semplicemente un PC, una telecamera e qualche semplice utensile quale può essere una matita, una scacchiera e una lampada da scrivania.

2.2 Principi generali del metodo

Il principio generale del metodo consiste nel proiettare un'ombra di forma nota sulla scena. Tale ombra si deformerà in corrispondenza della superficie degli oggetti presenti. Attraverso l'osservazione e la successiva elaborazione della sequenza delle

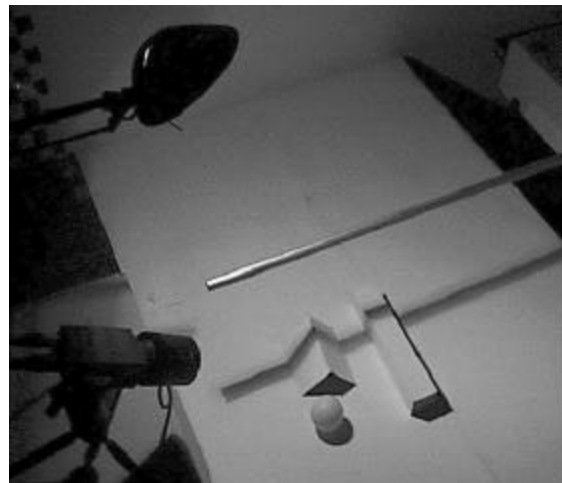
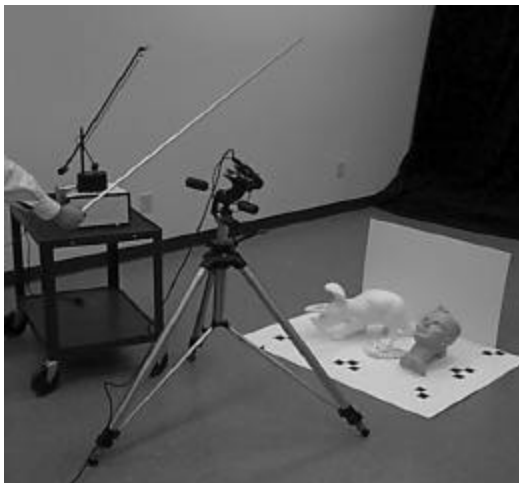
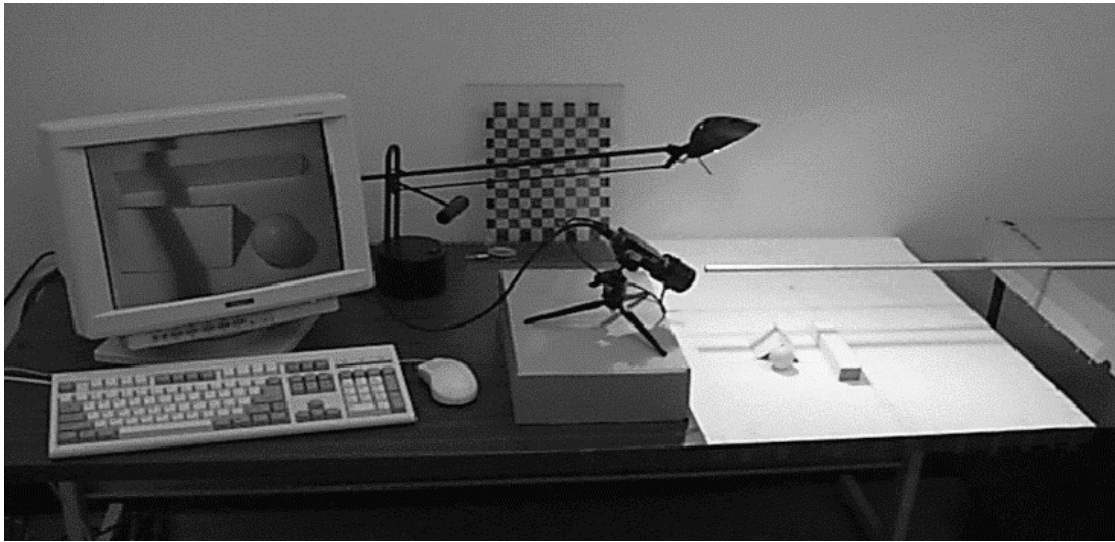


Figura 2.1: Equipaggiamento richiesto per la scansione con il metodo a luce debolmente strutturata.

immagini dell'ombra deformata e' possibile ricostruire la struttura tridimensionale dei volumi di lavoro. Come si puo' vedere nella figura 2.1, l'ombra e' generata interponendo una bacchetta tra la scena e la sorgente di luce, la quale puo' essere una semplice lampada da scrivania oppure, in uno scenario all'aperto, il sole. Il punto luce e la bacchetta definiscono, per ogni istante di tempo, un piano che viene detto *piano ombra*.



Figura 2.2: Principio geometrico del metodo. Il sistema di riferimento scelto e' quello solidale con la telecamera ed ha come punto d'origine O_c . Il piano sul quale e' poggiato l'oggetto, detto *piano di terra*, e' indicato con Π_h . Nel caso della figura 1 e' il piano della scrivania. Π_v e' invece un piano ortogonale al piano di terra. $\Pi(t)$ e' il *piano ombra* in un certo istante di tempo. La sorgente luminosa e' approssimata con il punto S . L'intersezione del piano ombra $\Pi(t)$ con lo scenario da' luogo all'ombra osservabile, schematizzata con una linea. In particolare $\Lambda_h(t)$ e' l'intersezione tra $\Pi(t)$ e Π_h mentre $\Lambda_v(t)$ e' l'intersezione tra $\Pi(t)$ e Π_v . Nel piano immagine vi e' l'osservazione dello scenario. Il punto p nel piano immagine corrisponde al punto reale P dell'oggetto, analogamente le linee immagini $\hat{\lambda}_h(t)$ e $\hat{\lambda}_v(t)$ corrispondono alle linee reali $\Lambda_h(t)$ e $\Lambda_v(t)$. Infine la linea $\hat{\lambda}_c$ corrisponde alla linea Λ_i , intersezione dei piani Π_v e Π_h .

L'ombra che viene generata nella scena sara' quindi l'intersezione tra il piano ombra e la superficie dell'oggetto.

Rispetto ai metodi a scansione attiva visti nel capitolo introduttivo, la lampada sostituisce la sorgente di luce laser, il piano laser diventa il piano ombra e l'operatore che muove la bacchetta prende il posto del sistema meccanico motorizzato. La differenza sostanziale sta nel fatto che nel metodo a luce debolmente strutturata non e' piu' richiesta

la conoscenza a priori della posizione del piano ombra, potendo l'operatore muovere quasi del tutto liberamente la bacchetta. E' evidente quindi che la conoscenza istante per istante del piano ombra, comunque sempre necessaria per la ricostruzione dell'oggetto, deve essere ottenuta dalla semplice osservazione della scena. Il principio geometrico del metodo chiarisce in che modo e' possibile ricavare tale informazione.

Si prenda in esame la configurazione geometrica illustrata nella figura 2.2. L'obiettivo e' stimare le coordinate tridimensionali di ciascun punto P dello scenario a cui corrisponde il punto p nel piano immagine. Si indichi con x_c la posizione in pixel di p nel piano immagine. Dall'operazione di calibrazione (si confronti il capitolo 4) e' possibile ricavare la posizione del piano immagine e dei piani Π_h e Π_v nel sistema di riferimento della telecamera O_c . Quindi assunte note le coordinate in pixel del generico punto p , la sua posizione nel riferimento O_c e' calcolabile.

Si indichi con t_s l'istante di tempo in corrispondenza del quale l'ombra osservabile nell'immagine passa attraverso il punto p . Tale tempo e' detto *tempo d'ombra*. Al tempo t_s e' associato il piano ombra $\Pi(t_s)$. Assumendo che le due porzioni d'ombra proiettate nei piani Π_h e Π_v sono visibili nell'immagine, e' possibile individuare la posizione delle due linee $\lambda_h(t_s)$ e $\lambda_v(t_s)$ nel sistema di riferimento O_c . Quindi si ricavano le due linee $\Lambda_h(t_s)$ e $\Lambda_v(t_s)$ intersecando i piani $(O_c, \lambda_h(t_s))$ e $(O_c, \lambda_v(t_s))$ con i piani Π_h e Π_v rispettivamente. A questo punto il piano ombra $\Pi(t_s)$ e' calcolabile a partire dalle rette non collineari $\Lambda_h(t_s)$ e $\Lambda_v(t_s)$. Il passo conclusivo e' quello che viene detto di *triangolazione*. Intersecando il raggio ottico (O_c, p) , noto per costruzione, con il piano d'ombra $\Pi(t_s)$ si ricavano le coordinate spaziali del punto P .

Ricapitolando, i passi fondamentali sono:

- **Localizzazione temporale** ovvero calcolare il tempo d'ombra t_s per ciascun pixel x_c .
- **Localizzazione spaziale** ovvero valutare la posizione delle due linee $\lambda_h(t)$ e $\lambda_v(t)$ per ogni istante di tempo.
- **Valutazione del piano ombra.**
- **Triangolazione.**

Il punto chiave della procedura e' quindi la valutazione del piano ombra $\Pi(t)$ all'istante t_s . Il successivo passo di triangolazione e' comune agli altri metodi nei quali tuttavia, come gia' anticipato, non e' richiesta la computazione del piano ombra, essendo noto a priori.

Si noti esplicitamente che ai fini della valutazione di $\Pi(t)$ la conoscenza di entrambe le rette $\Lambda_h(t)$ e $\Lambda_v(t)$ non e' strettamente necessaria se e' nota la posizione del punto luce. Si supponga infatti di conoscere la posizione di S nel sistema di riferimento O_c . Allora $\Pi(t)$ sara' quel piano passante per S e per $\Lambda_h(t)$ e quindi univocamente determinato. Cio' implica che se si ipotizza nota la posizione del punto luce, il piano Π_v e' inutile, laddove tale piano e' indispensabile nel caso contrario.

Nei successivi paragrafi verranno presi piu' approfonditamente in esame i primi due passi della procedura precedentemente esposta.

2.3 Determinazione del contrasto

Se si suppone di acquisire immagini a livelli di grigio e di adoperare una codifica ad 8 bit, ciascun pixel puo' assumere un livello di luminosit  che varia tra 0 e 255. Il livello zero e' associato al nero, mentre quello 255 e' associato al bianco. Allo scopo di non interpretare in maniera scorretta i dati che vengono prelevati dall'immagine, occorre escludere tutte quelle regioni, dette *occlusioni*, che presentano valori di luminosit  molto bassi. Ne sono un esempio le parti in ombra oppure quelle intrinsecamente scure. Tenendo conto del fatto che il livello di rumore non e' mai nullo¹ e che le suddette zone sono poco sensibili al passaggio dell'ombra della bacchetta, e' ragionevole escluderle dalle successive elaborazioni.

Si supponga di muovere la bacchetta in modo da far scorrere la relativa ombra su tutto lo scenario. Si indichi con $I(x,y,t)$ la luminosit  del generico pixel \underline{x} di coordinate

¹ E' possibile tener conto del livello di rumore considerando un' incertezza di 2 o 3 valori di luminosit  per ogni pixel.

(x, y) al generico istante di tempo t . Al passaggio dell'ombra in corrispondenza di \underline{x} tale luminosita' subira' una diminuzione. In generale la luminosita' di ciascun pixel variera' nel tempo tra un valore minimo ad uno massimo. Pertanto si definiscano

$$I_{\max}(x,y) = \max_t [I(x,y,t)]$$

$$I_{\min}(x,y) = \min_t [I(x,y,t)]$$

rispettivamente il massimo e il minimo valore di luminosita' che il generico pixel \underline{x} assume durante l'intera sequenza. E' possibile a questo punto associare a ciascun pixel un *valore di contrasto*:

$$I_{\text{contrast}}(x,y) = I_{\max}(x,y) - I_{\min}(x,y)$$

Ebbene tutti i punti che esibiscono un valore di contrasto inferiore ad una certa soglia γ , vengono esclusi dalla successiva elaborazione. E' evidente che si sta parlando di quei punti la cui dinamica di luminosita' e' sensibilmente ridotta e che quindi sono facilmente affetti dal rumore esterno. Risultati sperimentali suggeriscono di scegliere il valore di soglia tra 30 e 60. E' importante non scegliere un valore troppo elevato per evitare di escludere zone potenzialmente 'buone'.

Di fatto si definisce una maschera nel seguente modo:

$$I_{\text{mask}}(x,y) = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow I_{\text{contrast}}(x,y) \geq \mathbf{g} \\ 0 & \Leftrightarrow I_{\text{contrast}}(x,y) < \mathbf{g} \end{cases}$$

In tal modo il pixel di lavoro verra' processato o meno a seconda se il suo corrispondente valore di maschera e' 1 o 0.

Un fenomeno alquanto fastidioso, parzialmente eliminabile con l'utilizzo della maschera, si verifica quando alcune zone dell'oggetto sono illuminate, oltre che direttamente dalla luce della lampada, anche dalla luce riflessa proveniente da altre parti dell'oggetto oppure dal piano di terra. Pertanto nel momento in cui l'ombra della bacchetta oscura queste sorgenti di luce riflessa, viene indotto un calo di luminosita'

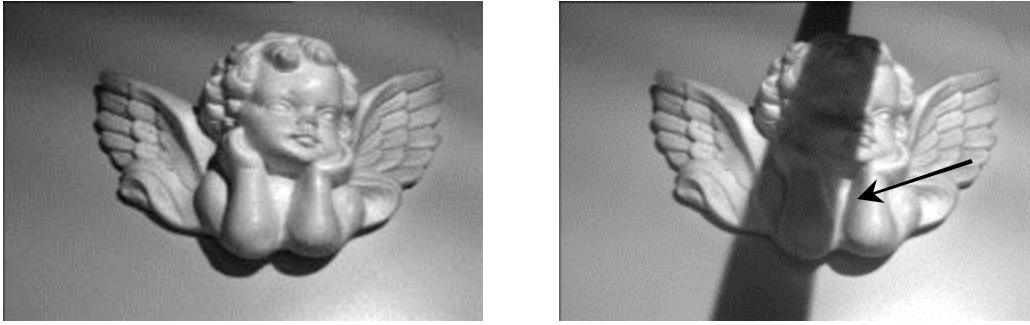


Figura 2.3: Il fenomeno delle ombre autoindotte. Nella figura di sinistra il braccio destro dell'angelo presenta nel lato interno una zona piu' scura. Tuttavia non e' cosi' scura come dovrebbe essere a causa della luce riflessa dal braccio sinistro. Nella figura di destra si vede come la presenza dell'ombra della bacchetta induce un calo di luminosita' sul lato interno del braccio destro. Il verificarsi di questa ombra spuria puo' essere erroneamente interpretato come il passaggio dell'ombra effettiva. Per tale motivo il fenomeno va scongiurato.

anche nelle zone non coinvolte direttamente dall'ombra principale. Si confronti la figura 2.3 a titolo di esempio.

2.4 Localizzazione temporale

Si supponga di avere una certa scena, per esempio quella di figura 2.1 in alto. Un'operatore muove la bacchetta proiettando un'ombra che scorrera' sugli oggetti presenti. Si consideri un determinato pixel $\underline{x}_c=(x_c,y_c)$ associato ad un punto p dell'immagine osservata. Lo scopo della localizzazione temporale e' valutare il tempo d'ombra t_s associato a \underline{x}_c , ovvero determinare in quale istante di tempo il bordo destro dell'ombra² passa per \underline{x}_c (crf. Figura 2.4).

Si indichi con $I(x_c,y_c,t)$ l'andamento della luminosita' del pixel \underline{x}_c nel tempo. In tutti quegli istanti di tempo in cui \underline{x}_c non e' oscurato dall'ombra, $I(x_c,y_c,t)$ assume il valore massimo $I_{\max}(x_c,y_c)$ a meno di un'oscillazione dovuta al rumore. Supponendo che l'ombra si sposti da sinistra verso destra, $I(x_c,y_c,t)$ subira' un picco negativo non appena l'ombra attraversera' \underline{x}_c . E' conveniente associare un valore di soglia al pixel di lavoro, definito

² L'analisi viene svolta con riferimento al bordo destro dell'ombra. Nulla vieta di considerare quello sinistro.

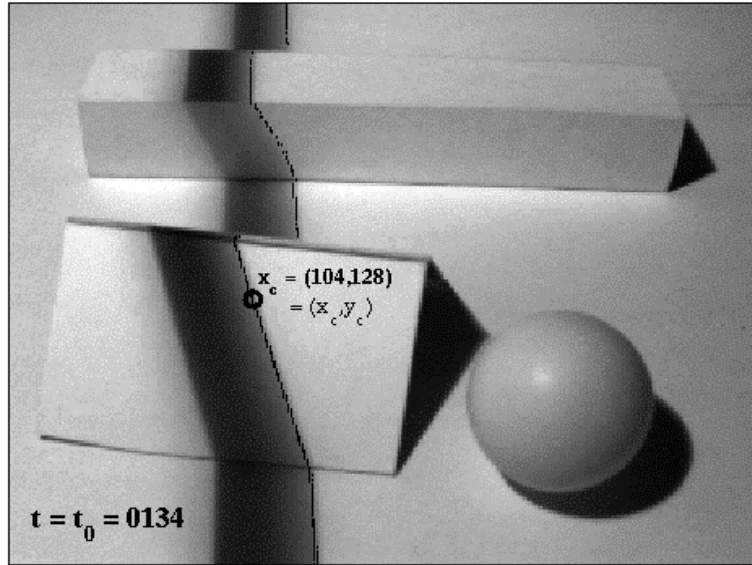


Figura 2.4: Localizzazione temporale del tempo d'ombra. Il pixel di lavoro x_c e' stato scelto di coordinate $(x_c, y_c) = (104, 128)$. Il tempo d'ombra e' definito come quell'istante di tempo in cui la funzione di luminosita' $I(x_c, y_c, t)$ attraversa il suo valore di soglia.

nel seguente modo:

$$I_{\text{thresh}}(x, y) = \frac{I_{\text{max}}(x, y) + I_{\text{min}}(x, y)}{2}$$

Ebbene t_s viene definito come quell'istante di tempo tale che :

$$\begin{cases} I(x_c, y_c, t_s - \epsilon) > I_{\text{thresh}}(x_c, y_c), \\ I(x_c, y_c, t_s + \epsilon) < I_{\text{thresh}}(x_c, y_c) \end{cases} \quad (2.1)$$

con ϵ arbitrariamente piccolo.

Per semplificare l'analisi si puo' introdurre la luminosita' normalizzata $J(x, y, t)$, definita come segue:

$$J(x, y, t) = I(x, y, t) - I_{\text{thresh}}(x, y)$$

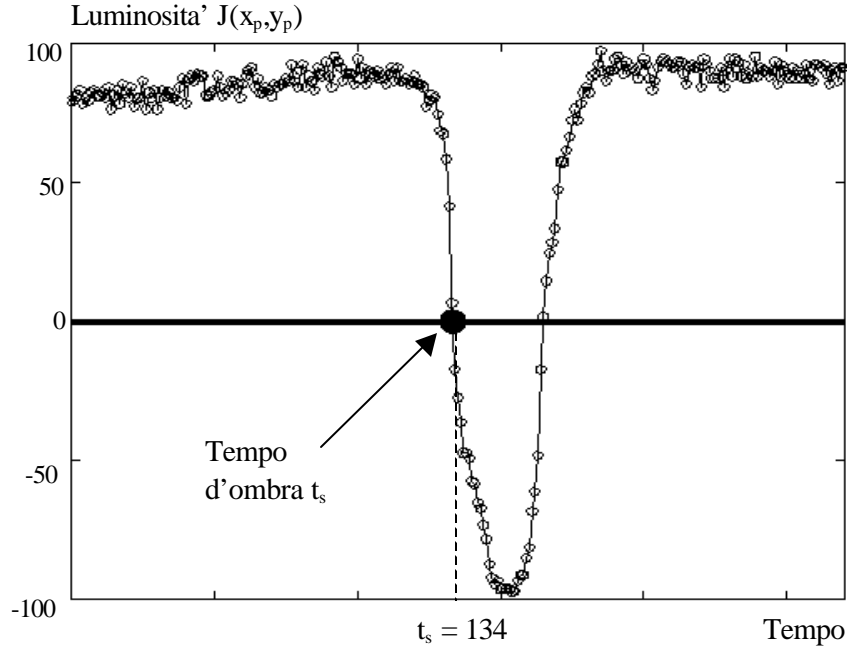


Figura 2.5: Diagramma sperimentale della luminosit  normalizzata $J(x_p, y_p, t)$ in funzione del tempo. Il tempo d'ombra   quell'istante di tempo tale che $J(x_p, y_p, t)$ attraversa lo zero con pendenza negativa.

In tal modo la condizione (2.1) diventa:

$$\begin{cases} J(x_c, y_c, t_s - \epsilon) > 0, \\ J(x_c, y_c, t_s + \epsilon) < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

In figura 2.5   riportato il diagramma della luminosit  normalizzata nel tempo. La condizione (2.2) si verifica nell'istante di tempo in cui $J(x, y, t)$ attraversa lo zero con una pendenza negativa. Tale istante di tempo   appunto il tempo d'ombra t_s .

Si noti infine che se la nostra analisi fosse stata svolta in corrispondenza del bordo sinistro dell'ombra invece che di quello destro, la condizione (2.2) sarebbe diventata:

$$\begin{cases} J(x_c, y_c, t_s - \epsilon) < 0, \\ J(x_c, y_c, t_s + \epsilon) > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

In tal caso t_s sarebbe stato l'istante di tempo in cui $J(x, y, t)$ attraversa lo zero con pendenza positiva.

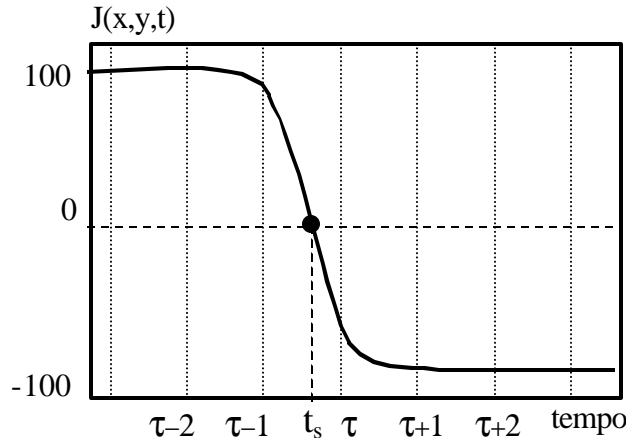


Figura 2.6: Interpolazione lineare. Poiche' in realta' l'asse dei tempi e' discreto per ricavare il tempo d'ombra occorre interpolare linalmente tra i due istanti discreti che includono t_s .

2.5 Interpolazione temporale

La condizione (2.2) e' stata scritta ipotizzando il tempo come una quantita' continua. In realta' il tempo e' scandito dalla successione di immagini (*frame*) da processare. Il generico pixel x_c modifica il suo valore di luminosit  $J(x_c, y_c, t)$ solo in corrispondenza di un nuovo frame e di conseguenza il diagramma di figura 2.5 e' da intendersi come la successione discreta di valori di luminosit  (cfr. figura 2.6):

$$\dots, J(x_c, y_c, \tau-1), J(x_c, y_c, \tau), J(x_c, y_c, \tau+1), \dots$$

con τ intero.

Il tempo d'ombra t_s non e' piu' valutabile direttamente ma apparterra' all'intervallo $[\tau_s-1, \tau_s]$, dove τ_s e' tale da soddisfare la condizione:

$$\begin{cases} J(x_c, y_c, \tau_s-1) < 0 \\ J(x_c, y_c, \tau_s) > 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

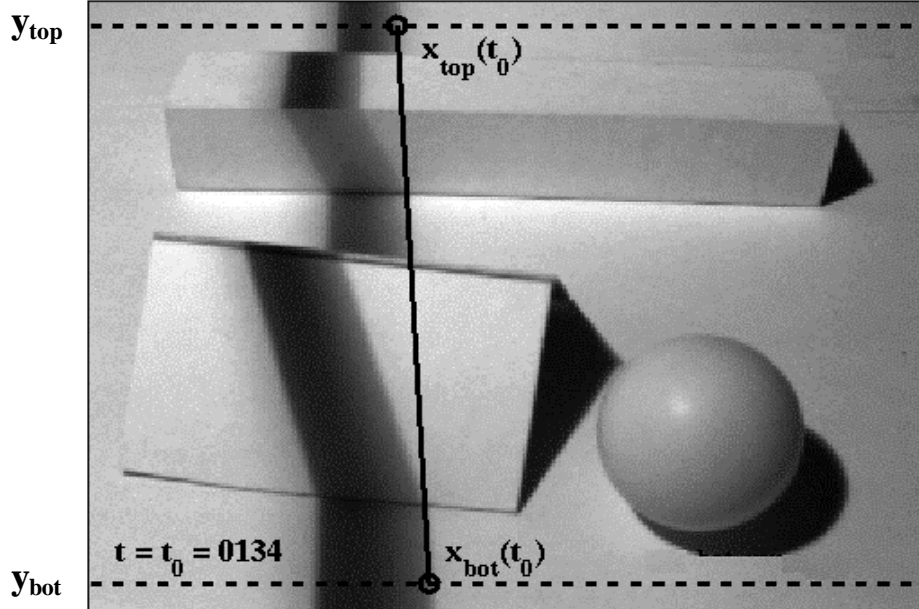


Figura 2.7: Localizzazione spaziale di x_{top} e x_{bot} . Estrahendo le coordinate in pixel dei punti $\underline{x}_{top} = (x_{top}, y_{top})$ e $\underline{x}_{bot} = (x_{bot}, y_{bot})$ all'istante t_0 e' possibile ricavare la posizione della retta $\lambda_t(t)$ all'istante t_0 .

E' possibile calcolare t_s mediante interpolazione lineare. In altri termini lo si puo' esprimere come segue:

$$t_s = \mathbf{t} + \frac{J(x, y, \mathbf{t} - 1)}{J(x, y, \mathbf{t} - 1) - J(x, y, \mathbf{t})} \quad (2.5)$$

2.6 Localizzazione spaziale

Lo scopo della localizzazione spaziale e' quello di individuare la posizione delle due rette $\lambda_h(t)$ e $\lambda_v(t)$ di figura 2.2 per ogni frame e quindi per ogni istante discreto τ . In questo paragrafo verra' analizzato il metodo per estrarre la sola retta $\lambda_h(\tau)$ essendo del tutto analogo quello impiegato per estrarre anche $\lambda_v(\tau)$. Se poi viene assunta nota la posizione della sorgente luminosa, l'individuazione di $\lambda_v(\tau)$ diventa inutile.

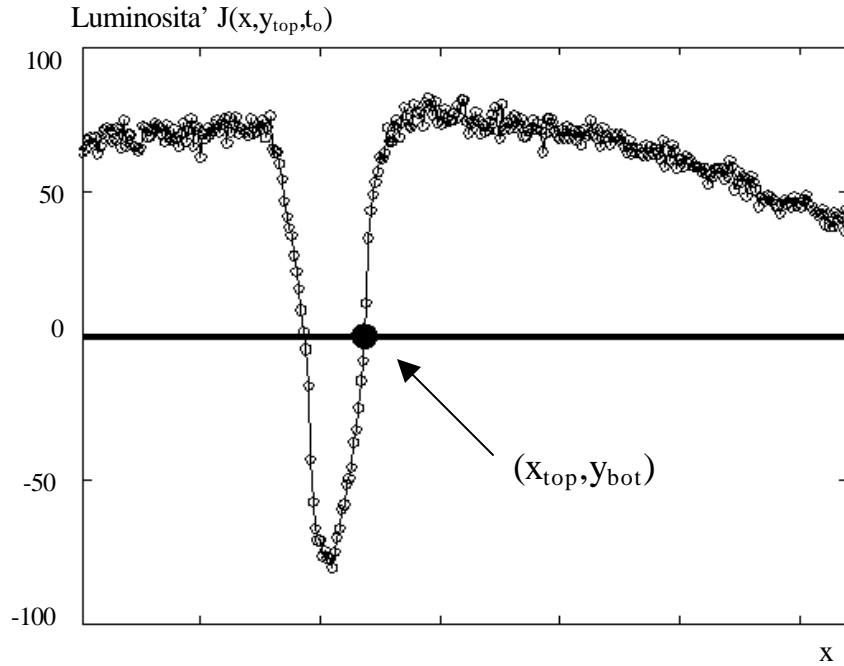


Figura 2.8: Diagramma sperimentale della luminosita' normalizzata $J(x, y_{top}, t_0)$. Il diagramma riporta il valori di luminosita' dei pixel giacenti sulla riga $y=y_p$ nell'istante di tempo $\tau=t_0$. I pixel che hanno luminosita' negativa sono quelli oscurati dall'ombra.

Si supponga che i due estremi dell'ombra proiettata sul piano di terra siano visibili nell'immagine, o che, in altri termini, vi siano due linee orizzontali nel piano di terra direttamente osservabili. Per esempio nella figura 2.7 sono state scelte le due linee evidenziate a tratteggio. Si indichino con y_{top} e y_{bot} la posizione in pixel delle linee superiore e inferiore rispettivamente. L'intersezione di tali linee, dette di *localizzazione spaziale* con il bordo destro della linea d'ombra individuerà i due pixel x_{top} e x_{bot} , rispettivamente di coordinate (x_{top}, y_{top}) e (x_{bot}, y_{bot}) , da cui si può ricavare la retta $\lambda_h(t)$ passante per x_{top} e x_{bot} . Quindi l'individuazione di $\lambda_h(t)$ ad ogni istante di tempo τ è stata ricondotta all'individuazione dell'ascissa dei pixel x_{top} e x_{bot} per ogni istante di tempo τ .

Per determinare x_{top} (e quindi in modo del tutto analogo x_{bot}) si fa riferimento nuovamente alla funzione di luminosità normalizzata $J(x, y, t)$. In questo caso viene fissato il tempo, ovvero si considera l'immagine dello scenario all'istante discreto t_0 . Dall'osservazione dei valori di luminosità dei pixel lungo la linea $y=y_{top}$ è possibile

localizzare la posizione dell'ombra. La figura 2.8 riporta un diagramma sperimentale della funzione $J(x, y_{top}, t_o)$. Ebbene e' possibile individuare x_{top} come quell'ascissa in corrispondenza della quale $J(x, y_{top}, t_o)$ attraversa lo zero con pendenza positiva (si sta cercando il bordo destro dell'ombra). In altri termini, l'ascissa che soddisfa la seguente condizione:

$$\begin{cases} J(x-1, y_{top}, t_o) < 0, \\ J(x, y_{top}, t_o) > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

individua x_{top} .

E' possibile valutare x_{top} , detta *ascissa di attraversamento*, con precisione del sub-pixel tramite interpolazione lineare tra $J(x-1, y_{top}, t_o)$ e $J(x, y_{top}, t_o)$. Tale ascissa viene detta $x_{top}^i(t_o)$.

2.7 Conclusioni

Il passo conclusivo consiste nel ricavare la retta $\lambda_h(t)$ in corrispondenza del generico tempo d'ombra t_s . Si tratta quindi utilizzare tutte le informazioni spaziali e temporali fino ad ora ricavate.

Si consideri il pixel di lavoro x_c di figura 2.4. Si supponga di aver individuato l'istante τ_s tale da soddisfare la condizione temporale (2.4). Di conseguenza il corrispondente tempo d'ombra t_s e' ottenibile dalla formula di interpolazione lineare espressa nella (2.5). Tramite la condizione spaziale (2.6) si ricavano le ascisse di attraversamento $x_{top}^i(t)$ e $x_{bot}^i(t)$ in corrispondenza degli istanti τ_{s-1} e τ_s . Le ascisse di attraversamento $x_{top}^i(t)$ e $x_{bot}^i(t)$ valutate all'istante t_s possono essere ricavate dalla seguente formula di interpolazione lineare (scritta solo per l'ascissa superiore) :

$$x_{top}^i(t_s) = (1-\alpha) x_{top}^i(\tau_{s-1}) + \alpha x_{top}^i(\tau_s)$$

con α pari a:

$$\mathbf{a} = \frac{J(x, y, \mathbf{t} - 1)}{J(x, y, \mathbf{t} - 1) - J(x, y, \mathbf{t})}$$

Ottenute le due ascisse $x_{top}^i(t_s)$ e $x_{bot}^i(t_s)$, si e' in grado di localizzare la retta $\lambda_h(t)$ al tempo d'ombra t_s . A partire da $\lambda_h(t_s)$, si ricava il piano d'ombra $\Pi(t_s)$ e quindi, tramite triangolazione, si calcolano le coordinate di P , ovvero il punto nello scenario corrispondente al pixel di lavoro \underline{x}_c .